

Câu I. (2,5 điểm)

1) Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + 4m = 0$ (1) với x là ẩn số, m là tham số.

a) Với $m = -3$, hãy giải phương trình đã cho.

b) Chứng minh: với mọi giá trị của m , phương trình đã cho luôn có nghiệm.

2) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{2}{x-1} - \frac{3}{y+1} = 17 \\ \frac{5}{x-1} + \frac{6}{y+1} = 2 \end{cases}$$

Câu II. (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Phát huy truyền thống tôn sư trọng đạo, tôn vinh đạo làm thầy, đoàn đại biểu gồm cán bộ, giáo viên và học sinh quận Hoàn Kiếm tổ chức chuyến đi bằng ô tô thăm Đền thờ Nhà giáo Chu Văn An tại Chí Linh, Hải Dương từ Hà Nội. Khi đến nơi, đoàn dành 2 giờ thăm viếng và nghỉ ngơi rồi quay về Hà Nội với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi là 12km/giờ. Thời gian từ lúc bắt đầu đi từ Hà Nội đến lúc trở về đến Hà Nội là 5 giờ. Hãy tính vận tốc lúc đi và về, biết quãng đường từ Hà Nội đến Đền thờ Nhà giáo Chu Văn An dài 80km.

Câu III. (1,5 điểm) Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = mx + m + 1$.

1) Tìm m để d tiếp xúc với (P) . Khi đó tìm tọa độ tiếp điểm.

2) Tìm các giá trị của m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện: $2x_1 - 3x_2 = 5$.

Câu IV. (3,5 điểm) Cho đường tròn (O) và dây cung BC cố định khác đường kính. Gọi A là điểm bất kì trên cung nhỏ BC (A không trùng với các điểm B, C và $AB \neq AC$). Kẻ đường kính AK của đường tròn (O) . Gọi D là chân đường vuông góc kẻ từ A đến BC ; E, F lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ B, C đến AK . Chứng minh:

1) Tứ giác $ABDE$ nội tiếp.

2) $BD.AC = AD.KC$.

3) DE vuông góc với AC .

4) Khi A di động trên cung nhỏ BC , tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF luôn là một điểm cố định.

Câu IV. (0.5 điểm) Cho các số thực x, y không âm và thỏa mãn điều kiện: $x^2 + y^2 \leq 2$.

Hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \sqrt{x(23x+4y)} + \sqrt{y(23y+4x)}$.

----- HẾT -----

Ghi chú: - Giáo viên coi thi không giải thích gì thêm.

- Học sinh không được sử dụng tài liệu, không được trao đổi khi làm bài.

Chúc các em học sinh làm bài đạt kết quả tốt!

UBND QUẬN HOÀN KIẾM
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

**ĐÁP ÁN - HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ II
MÔN TOÁN LỚP 9, NĂM HỌC 2014-2015**

Câu	Ý	Đáp án	Điểm
Câu I 2,5 điểm	1)	a) Với $m = -3$ phương trình (1) trở thành: $x^2 + 4x - 12 = 0$. Giải phương trình được hai nghiệm $x_1 = 2; x_2 = -6$.	0,25 0,75
		b) <i>Cách 1.</i> Phương trình (1) luôn có một nghiệm $x = 2$. <i>Cách 2.</i> Phương trình (1) ta có $\Delta' = (m-1)^2 \geq 0 \forall m \Rightarrow$ (1) luôn có nghiệm với mọi m .	0,75
	2)	Điều kiện: $x \neq 1; y \neq -1$.	0,25
		Giải hệ phương trình đã cho được $\frac{1}{x-1} = 4$ và $\frac{1}{y+1} = -3$.	0,25
		Kết hợp với điều kiện được nghiệm duy nhất $\left(\frac{5}{4}; -\frac{4}{3}\right)$.	0,25
	Câu II 2,0 điểm		Gọi vận tốc lúc đi là x (đơn vị: km/giờ, $x > 0$).
		Thời gian đi là $\frac{80}{x}$ (giờ)	0,25
		Vận tốc lúc về là $x+12$ (km/giờ)	0,25
		Thời gian lúc về là $\frac{80}{x+12}$ (giờ)	0,25
		Lập luận ra phương trình: $\frac{80}{x} + \frac{80}{x+12} = 3$.	0,25
		Biến đổi về phương trình $3x^2 - 124x - 960 = 0$	0,25
		Giải phương trình ta được: $x_1 = 48$ (thỏa mãn); $x_2 = -\frac{20}{3}$ (loại).	0,25
		Vậy vận tốc của ô tô lúc đi là 48 km/giờ, lúc về là 60 km/giờ.	0,25
Câu III 1,5 điểm	1)	Phương trình hoành độ giao điểm đưa về: $x^2 - mx - m - 1 = 0$ (*)	0,25
		d tiếp xúc (P) $\Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow m^2 + 4m + 4 = 0 \Leftrightarrow m = -2$.	0,25
		Khi $m = -2$, (*) có nghiệm kép $x = -1$.	0,25
		Tọa độ tiếp điểm: $(-1; 1)$.	0,25
	2)	Nhận xét: (*) luôn có một nghiệm $x = -1$, một nghiệm $x = m + 1$.	
		<i>Trường hợp 1:</i> $x_1 = -1, x_2 = m + 1$. Từ $2x_1 - 3x_2 = 5$ ta được $m = -\frac{10}{3}$.	0,25
	<i>Trường hợp 2:</i> $x_1 = m + 1, x_2 = -1$. Từ $2x_1 - 3x_2 = 5$ ta được $m = 0$.	0,25	
	Kết luận.		

Câu V 3,5 điểm	1)		Vẽ hình đúng câu a)	0,25
			Vì $AD \perp BC \Rightarrow \widehat{ADB} = 90^\circ$. Vì $BE \perp AA' \Rightarrow \widehat{AEB} = 90^\circ$.	0,5
			Xét tứ giác $ABDE$ có hai đỉnh kề nhau D và E cùng nhìn đoạn AB dưới một 90° nên ta có điều phải chứng minh.	0,25
	2)	Xét hai tam giác ABD và $AA'C$ ta có: $\widehat{ADB} = \widehat{ACA'} (= 90^\circ)$ (1)	0,25	
		Mặt khác $\widehat{ABC} = \widehat{AA'C}$ (cùng chắn cung AC) (2)	0,25	
		Từ (1) và (2) suy ra: $\Delta ABD \sim \Delta AA'C \Rightarrow \frac{BD}{A'C} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow \text{ĐPCM}$	0,5	
	3)	Tứ giác $ABDE$ nội tiếp suy ra $\widehat{EDC} = \widehat{BAK}$.	0,25	
		Mặt khác $\widehat{BCK} = \widehat{BAK}$ (cùng chắn cung BK)	0,25	
		Suy ra $\widehat{EDC} = \widehat{BCK}$ dẫn đến $DE \parallel CK$ (3)	0,25	
		Lại vì $CK \perp AC$ (4) nên từ (3) và (4) suy ra $DE \perp AC$.	0,25	
	4)	Gọi I là trung điểm của BC , suy ra I cố định. Các tứ giác $IFOC$, $ADFC$ nội tiếp $\Rightarrow \Delta IDF \sim \Delta OAC$ (g.g) $\Rightarrow ID = IF$. Tứ giác $OIEB$ nội tiếp $\Rightarrow \Delta IEF \sim \Delta OBC \Rightarrow IE = IF$. Từ đó $ID = IE = IF \Rightarrow \text{ĐPCM}$.	0,25	
		0,25		
Câu V 0,5 điểm		Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho các số không âm ta có: $\sqrt{x(23x+4y)} = \frac{1}{3\sqrt{3}} \sqrt{27x(23x+4y)} \leq \frac{1}{3\sqrt{3}} \cdot \frac{27x+(23x+4y)}{2} = \frac{25x+2y}{3\sqrt{3}}$ (1)	0,25	
		Tương tự, $\sqrt{y(23y+4x)} \leq \frac{25y+2x}{3\sqrt{3}}$ (2)		
		Từ (1) và (2) ta có: $P \leq \frac{25x+2y}{3\sqrt{3}} + \frac{25y+2x}{3\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}(x+y)$		
		Mặt khác, $(x+y)^2 \leq 2(x^2+y^2) = 4 \Rightarrow x+y \leq 2$. Từ đó $P \leq 6\sqrt{3}$. Vậy $\max P = 6\sqrt{3}$ khi và chỉ khi $x = y = 1$.	0,25	

Lưu ý. - Điểm toàn bài để lẻ đến 0,25.

- Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa.

- Câu IV: Nếu học sinh vẽ hình khác với hình trong đáp án mà đúng thì chấm lời giải theo hình vẽ của học sinh.