

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KỲ I LỚP 9

ĐỀ SỐ 1

Bài 1. Cho biểu thức $P = \frac{2x+2}{\sqrt{x}} + \frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}$.

- Rút gọn biểu thức P ;
- Chứng minh rằng $\frac{8}{P}$ chỉ nhận đúng một giá trị nguyên.

Bài 2. Cho hàm số $(d_m): y = (m-1)x + m - 2$.

- Vẽ đồ thị hàm số với $m=3$. Gọi đồ thị hàm số là (d) ;
- Tìm điểm cố định mà họ đường thẳng (d_m) luôn đi qua;
- Cho điểm $A(1; 2)$. Tìm trên (d) điểm B sao cho đoạn AB ngắn nhất.

Bài 3. Cho đường tròn O đường kính AB . Gọi d và d' là các tiếp tuyến tại A và B của đường tròn, C là một điểm bất kì thuộc d . Đường vuông góc với OC tại O cắt d ở D .

- Chứng minh rằng CD là tiếp tuyến của đường tròn (O) ;
- Điểm C ở vị trí nào thì tổng $AC + BD$ nhỏ nhất?
- Cho biết $AB = 2R$. Tính tích $AC \cdot BD$, tính tổng $\frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OD^2}$.

Bài 4. Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; R')$ tiếp xúc ngoài tại A , tiếp tuyến chung ngoài tiếp xúc với hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; R')$ ở B và C .

- Tính độ dài đoạn tiếp tuyến chung ngoài BC theo R và R' ;
- Gọi (I) là đường tròn bán kính r tiếp xúc đoạn BC , cung CA , cung AB . Chứng minh rằng: $\frac{1}{\sqrt{r}} = \frac{1}{\sqrt{R}} = \frac{1}{\sqrt{R'}}$.

Bài 5. a) Cho $a; b; c \geq -\frac{3}{4}$ và $a+b+c=3$. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{4a+3} + \sqrt{4b+3} + \sqrt{4c+3} \leq 3\sqrt{7};$$

b) Giải phương trình: $\sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{x-1} = \sqrt[3]{5x}$.

c) Tìm tất cả các số dương x, y, z thỏa mãn:

$$1. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{4}{y} \leq 3 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{4}{y} + \frac{9}{z} = 3 \\ x + y + z \leq 12 \end{cases}$$

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 2

Bài 1. Cho biểu thức $P = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \frac{1-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} \right)$.

a) Rút gọn P ;

b) Tính P biết $x = \frac{2}{2+\sqrt{3}}$;

c) Tìm giá trị của x thỏa mãn $P \cdot \sqrt{x} = 6\sqrt{x} - 3 - \sqrt{x-4}$.

Bài 2. Cho hàm số $(d): y = mx - m - 1$.

a) Tìm m để (d) cắt đường thẳng $(\Delta): y = x - 2$ tại một điểm trên trục tung.

b) Tìm m để (d) chắn trên hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 8;

c) Giả sử (Δ) cắt Ox tại A , $(\Delta_1): y = -x + 4$ cắt Ox tại B , (Δ) và (Δ_1) cắt nhau tại C . Tính diện tích tam giác AOB .

Bài 3. Cho AB và CD là hai đường kính vuông góc của đường tròn $(O; R)$. Trên tia đối của tia CO lấy điểm S . SA cắt đường tròn (O) tại M . Tiếp tuyến tại M với đường tròn (O) cắt CD tại E , BM cắt CD tại F .

a) Chứng minh: $EM \cdot AM = MF \cdot OA$;

b) Chứng minh: $ES = EM = EF$;

c) SB cắt (O) tại I . Chứng minh rằng A, I, F thẳng hàng;

d) Cho $EM = R$, tính $FA \cdot SM$ theo R ;

e) Kẻ MH vuông góc với AB . Xác định vị trí điểm S sao cho diện tích tam giác MHD đạt giá trị lớn nhất.

Bài 4.

a) Cho x, y là các số thực thỏa mãn điều kiện: $x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2} = 1$.

Chứng minh rằng $x^2 + y^2 = 1$;

b) Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $ab = 1$. Tìm giá trị

nhỏ nhất của $A = (a+b+1) \cdot (a^2+b^2) + \frac{4}{a+b}$;

c) Cho $x, y, z > 0$ và $x \cdot y \cdot z = 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{x^2}{1+y} + \frac{y^2}{1+z} + \frac{z^2}{1+x} \geq \frac{3}{2}.$$

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 3

Bài 1. Cho biểu thức $P = \frac{x+4\sqrt{x}+8}{x+\sqrt{x}-6} - \frac{\sqrt{x}-3}{2-\sqrt{x}} - \left(2 - \frac{4+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}\right)$.

- Rút gọn biểu thức P ;
- Tìm x để $|P| + P = 0$;
- Tính giá trị của P với $x = \frac{1}{2(2+\sqrt{3})}$.

Bài 2. Cho hàm số $(d_m): y = (m-1)x + 5m - 3$.

- Tìm m để (d_m) song song với đường thẳng $(d): y = x - 3$;
- Chứng minh rằng họ đường thẳng (d_m) luôn đi qua điểm cố định;
- Tìm m để (d_m) có tung độ góc bằng 1 ;
- Tìm m để khoảng cách từ O đến (d_m) lớn nhất.

Bài 3. Cho đường tròn $(O; R)$, đường kính AB . Điểm M bất kỳ thuộc $(O; R)$.

Tiếp tuyến tại M và B cắt nhau tại D . Qua O kẻ đường thẳng song song với cắt tiếp tuyến qua M tại C cắt tiếp tuyến qua B tại N .

- Chứng minh rằng tam giác CPN cân;
- Chứng minh AC là tiếp tuyến của nửa đường tròn (O) ;
- Chứng minh $AC \cdot BD$ không phụ thuộc vào M ;
- Gọi H là hình chiếu của M trên AB . Tia phân giác của HOM cắt (O) tại K (K khác M). Xác định vị trí điểm M sao cho $\frac{MH}{HK} = \sqrt{\frac{3}{5}}$.

Bài 4.

- Cho x, y dương thỏa mãn điều kiện $xy = 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{x^3}{1+y} + \frac{y^3}{x+1} \geq 1;$$

- Cho $x, y > 0$ thỏa mãn điều kiện $3x + y \leq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của:

$$A = \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{xy}};$$

- Giải phương trình: $\sqrt{x(x+1)} + \sqrt{x(x+2)} = 2\sqrt{x^2}$.

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 4

Bài 1. Xét biểu thức $A = \left(\frac{1 - a\sqrt{a}}{\sqrt{a} - a} + 1 \right) \left(\frac{1 + a\sqrt{a}}{1 + \sqrt{a}} - \sqrt{a} \right) : \frac{(1 - a)^3}{1 + \sqrt{a}}$.

a) Rút gọn A ;

b) Với điều kiện để \sqrt{A} có nghĩa, hãy so sánh \sqrt{A} với A .

Bài 2. Cho hàm số (d_m) : $y = (m - 1)x + m - 2$.

a) Vẽ đồ thị hàm số với $m = 3$. Gọi đồ thị hàm số là (d) ;

b) Tìm điểm cố định mà họ đường thẳng (d_m) luôn đi qua;

c) Cho điểm $A(1; 2)$. Tìm trên (d) điểm B sao cho đoạn AB ngắn nhất.

Bài 3. Cho tam giác ABC vuông góc tại đỉnh A , đường cao AH . Đường tròn đường kính BH cắt AB tại điểm D và đường tròn đường kính CH cắt cạnh AC tại điểm E . Gọi I, J theo thứ tự là các trung điểm của các đoạn thẳng BH, CH .

a) Chứng minh bốn điểm A, D, H, E nằm trên một đường tròn. Xác định hình dạng tứ giác $ADHE$;

b) Chứng minh hai đường tròn đường kính BH và CH tiếp xúc ngoài với nhau tại điểm H và AH là tiếp tuyến chung của hai đường tròn;

c) Chứng minh DE là một tiếp tuyến chung ngoài của hai đường tròn;

d) Cho biết $AB = 6\text{cm}, AC = 8\text{cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng DE ?

Bài 4. Cho đường tròn $(O; R)$ và hai điểm A, B nằm ngoài đường tròn sao cho $OA = 2R$. Tìm điểm M trên đường tròn để $MA + 2MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 5.

a) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $A = \sqrt{x+1} + \sqrt{4-x}$;

b) Cho $\sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 10$. Chứng minh rằng $x + y \geq 20$;

c) Cho x, y, z, t là các số thực bất kì thuộc đoạn $[0; 1]$. Chứng minh rằng:

$$x(1-y) + y(1-z) + z(1-t) + t(1-x) \leq 2.$$

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 5

Bài 1. Cho biểu thức: $P = \left(1 - \frac{x - 3\sqrt{x}}{x - 9}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{x} - 3}{2 - \sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 3} - \frac{9 + x}{x + \sqrt{x} + 6}\right)$.

- Rút gọn biểu thức P ;
- Tìm giá trị của x để $P = 1$.

Bài 2. Cho hàm số $(d_1): y = (2m^2 + 1)x + 2m - 1$; $(d_2): y = m^2x + m - 2$.

- Tìm tọa độ giao điểm của (d_1) và (d_2) theo m ;
- Khi m thay đổi, chứng minh điểm I thuộc một đường thẳng cố định.

Bài 3. Cho góc vuông xOy , lấy các điểm I và K lần lượt trên các tia Ox ; Oy . Vẽ đường tròn $(I; OK)$ cắt tia Ox tại M (I nằm giữa O và M), vẽ đường tròn $(K; OI)$ cắt tia Oy tại N (K nằm giữa O và N).

- Chứng minh rằng đường tròn (I) và đường tròn (K) luôn cắt nhau;
- Tiếp tuyến tại M của (I) và tiếp tuyến tại N của (K) cắt nhau tại C . Chứng minh tứ giác $OMNC$ là hình vuông;
- Gọi giao điểm của hai đường tròn là A và B . Chứng minh rằng ba điểm A, B, C thẳng hàng;
- Giả sử I và K tự do di động trên các tia Ox và Oy sao cho $OI + OK = a$ (không đổi). Chứng minh rằng đường thẳng AB luôn đi qua điểm cố định.

Bài 4. Chứng minh rằng: Với góc nhọn α tùy ý, mỗi biểu thức sau không phụ thuộc vào α .

- $A = (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2$;
- $B = \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$.

Bài 5. a) Cho $x > 0, y > 0, z > 0; x + y + z = 1$. Tìm giá trị bé nhất của

$$S = \frac{1}{x} + \frac{4}{y} + \frac{9}{z}$$

- b) Với $a, b, c > 0$. Chứng minh rằng $\frac{a^3 + b^3}{2ab} + \frac{b^3 + c^3}{2bc} + \frac{c^3 + a^3}{2ac} \geq a + b + c$;

c) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = z^2 \\ x = 2 \cdot (y + z) \\ xy = 2 \cdot (z + 1) \end{cases}$$

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 6

Bài 1. Cho biểu thức:
$$P = \frac{\sqrt{x} \cdot (1 - x^2)}{1 + x} : \left[\left(\frac{1 - \sqrt{x^3}}{1 - \sqrt{x}} + \sqrt{x} \right) \cdot \left(\frac{1 + \sqrt{x^3}}{1 + \sqrt{x}} - \sqrt{x} \right) \right]$$

a) Rút gọn P ;

b) Tìm các giá trị của m để mọi $x > 6$ đều thỏa mãn $\frac{\sqrt{x}}{P} - mx > 2$.

Bài 2. Cho hàm số $(d_m): y = (m - 1)x - m + 2$, $(d_1): y = 2x - 1$, $(d_2): y = x + 2$.

a) Tìm tập hợp điểm mà họ đường (d_m) không đi qua;

b) Tìm m để (d_m) chắn trên hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 1;

c) Tìm m để (d_m) cách $B(1; 5)$ một khoảng lớn nhất;

d) Tìm m để (d_1) , (d_2) , (d_m) đồng quy;

e) Nếu (d_1) cắt Ox tại M , (d_2) cắt Ox tại P , (d_1) cắt (d_2) tại Q . Tính diện tích ΔMPQ .

Bài 3. Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Một điểm C (khác A và B) nằm trên đường tròn. Tiếp tuyến Cx của đường tròn cắt tia AB tại điểm I . Phân giác góc CIA cắt OC tại điểm O' .

a) Chứng minh rằng đường tròn $(O'; O'C)$ vừa tiếp xúc với đường tròn (O) vừa tiếp xúc với đường thẳng AB ;

b) Gọi D, E theo thứ tự là giao điểm thứ hai của CA và CB với đường tròn (O') . Chứng minh D, O', E thẳng hàng;

c) Tìm vị trí điểm C sao cho đường tròn ngoại tiếp ΔOIC tiếp xúc AC ;

d) Cho điểm P nằm trên đường tròn (O) , đường thẳng d và (O) không giao nhau. Tìm vị trí của P để khoảng cách từ P đến d lớn nhất.

Bài 4. a) Cho x, y, z là số thực thỏa mãn điều kiện $x + y + z + xy + yz + xz = 6$.

Chứng minh rằng: $x^2 + y^2 + z^2 \geq 3$;

b) Cho $x, y, z > 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$M = \frac{xyz}{(x+y)(y+z)(z+x)};$$

c) Cho 3 số thực bất kỳ x, y, z :

1. Chứng minh: $(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 \leq 3(x^2 + y^2 + z^2)$.
2. Gọi m là giá trị nhỏ nhất trong ba số $(x-y)^2, (y-z)^2, (z-x)^2$. Chứng minh rằng $m \leq \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2)$.

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 7

Bài 1. Cho biểu thức: $A = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1}$.

- a) Rút gọn biểu thức A ;
- b) Tìm giá trị của x để $A < \frac{1}{3}$;
- c) Tìm giá trị nguyên của x để A đạt giá trị nguyên.

Bài 2. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx - y = 1 \\ 4x - my = 2 \end{cases}$.

- a) Giải hệ phương trình với $m = 3$;
- b) Tìm giá trị của m để hệ đã cho vô số nghiệm.

Bài 3. Cho các đường tròn $(O; R)$ và $(O'; R')$ cắt nhau ở A và B ($R > R'$); O và O' nằm về hai phía của AB). Qua B , vẽ cát tuyến chung CBD vuông góc với AB và cát tuyến chung EBF bất kì (C thuộc đường tròn (O) , E thuộc cung BC ; D, F thuộc đường tròn (O')).

- a) Chứng minh rằng A, O, C thẳng hàng và A, O', D thẳng hàng;
- b) Gọi K là giao điểm của các đường thẳng CE và FD . Chứng minh 4 điểm A, E, K, F cùng thuộc một đường tròn.

Bài 4. Cho a, b thỏa mãn $a \geq 1; b \geq 1$ và $ab = 2010$. Tìm giá trị nhỏ nhất của:

$$X = \frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2}.$$

Bài 5. Cho hàm số $y = (2m-1)x + m + 3$.

- a) Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2;
- b) Tìm m để góc tạo bởi đồ thị hàm số với trục Ox là góc nhọn;
- c) Tìm m để đồ thị hàm số vuông góc với đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x - 1$;

d) Tìm điểm cố định của họ đồ thị hàm số đã cho.

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 8

Bài 1. Cho biểu thức: $P = \left(1 - \frac{a - 3\sqrt{a}}{a - 9}\right) : \left(\frac{\sqrt{a} - 2}{\sqrt{a} + 3} + \frac{\sqrt{a} - 3}{2 - \sqrt{a}} - \frac{9 - \sqrt{a}}{a + \sqrt{a} - 6}\right)$.

- Rút gọn P ;
- Tìm $a \in \mathbb{Q}$ để $P \in \mathbb{Q}$;
- Tìm a để $P + |P| = 0$.

Bài 2. Hai đội công nhân được giao kế hoạch sản xuất tổng cộng 300 dụng cụ trong một tháng. Được ba tuần, đội I đã làm được 90% kế hoạch của mình, và cả hai đội đã làm được 80% kế hoạch chung. Hỏi mỗi đội được giao làm bao nhiêu dụng cụ?

Bài 3. Cho đường tròn (O) bán kính $OA = R$. Vẽ dây BC vuông góc với OA tại trung điểm H của OA .

- Tứ giác $ABOC$ là hình gì? Vì sao?
- Gọi K là điểm đối xứng với O qua A . Chứng minh rằng K, B, O, C cùng thuộc một đường tròn;
- KB và KC là tiếp tuyến của đường tròn (O) ;
- Tam giác KBC tam giác gì? Vì sao?
- Tính độ dài BC .

Bài 4. Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn $a \geq 0; b \geq 0; a + 2b - 4c + 2 = 0;$

$2a - b + 7c - 11 = 0$. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức

$$Q = 6a + 7b + 2010c.$$

Bài 5. Tìm a để hệ $\begin{cases} ax + 2y = a - 1 \\ x + (a - 1)y = 2 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 9

Bài 1. Cho biểu thức: $A = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$.

- Rút gọn biểu thức A ;
- Tìm giá trị của x để $A < 1$;
- Tìm $x \in \mathbb{Q}$ để $A \in \mathbb{Q}$.

Bài 2. Với những giá trị nào của m thì cặp đường thẳng sau đây cắt nhau tại một điểm trên trục tung: $(d_1): y = 4x + 2m + 3$; $(d_2): y = -x - m + 1$.

Bài 3. Cho nửa đường tròn (O) , đường kính $AB = 2R$, điểm C thuộc nửa đường tròn. Kẻ phân giác BI của góc ABC (I thuộc đường tròn (O)), gọi E là giao điểm của AI và BC .

- Tam giác ABE là tam giác gì? Vì sao?
- Gọi K là giao điểm của AC và BI . Chứng minh EK vuông góc với AB ;
- Gọi F là điểm đối xứng với K qua I . Chứng minh rằng AF tiếp tuyến của (O) ;
- Khi điểm C di chuyển trên nửa đường tròn thì điểm E di chuyển trên đường nào?

Bài 4. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = 25(x^2 + y^2) + (12 - 3x - 4y)^2$.

Bài 5. Giải phương trình: $\sqrt{x^2 + 1} = x - 3$.

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 10

Bài 1. Cho biểu thức: $P = \left(1 - \frac{a - 3\sqrt{a}}{a - 9}\right) : \left(\frac{\sqrt{a} - 2}{\sqrt{a} + 3} + \frac{\sqrt{a} - 3}{2 - \sqrt{a}} - \frac{9 - \sqrt{a}}{a + \sqrt{a} - 6}\right)$.

- Rút gọn P ;
- Tìm $a \in \mathbb{Q}$ để $P \in \mathbb{Q}$;
- Tìm a để $P + |P| = 0$.

Bài 2. Trên cùng hệ trục tọa độ vẽ các đường thẳng:

$$(d_1): y = 2x + 4; (d_2): y = -\frac{1}{2}x + 4.$$

Đường thẳng (d_1) cắt trục hoành tại A và trục tung tại B . Đường thẳng (d_2) cắt trục hoành tại C và trục tung tại B . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và BC .

- Tính MN ;
- Tính chu vi và diện tích tam giác ABC .

Bài 3. Cho đường tròn (O) bán kính $OA = R$. Vẽ dây BC vuông góc với OA tại trung điểm H của OA .

- Tứ giác $ABOC$ là hình gì? Vì sao?
- Gọi K là điểm đối xứng với O qua A . Chứng minh rằng K, B, O, C cùng thuộc một đường tròn;
- KB và KC là tiếp tuyến của đường tròn (O) ;
- Tam giác KBC tam giác gì? Vì sao?
- Tính độ dài BC .

Bài 4. Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn $a \geq 0; b \geq 0; a + 2b - 4c + 2 = 0$;

$2a - b + 7c - 11 = 0$. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $Q = 6a + 7b + 2010c$.

Bài 5. Giải phương trình: $\sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{x+2} + \sqrt[3]{x+3} = 0$.

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 11

Bài 1. Cho biểu thức: $A = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$.

- Rút gọn biểu thức A ;
- Tìm giá trị của x để $A < 1$;
- Tìm $x \in \mathbb{Q}$ để $A \in \mathbb{Q}$.

Bài 2. Với những giá trị nào của m thì cặp đường thẳng sau đây cắt nhau tại một điểm trên trục tung: $(d_1): y = 4x + 2m + 3$; $(d_2): y = -x - m + 1$.

Bài 3. Cho nửa đường tròn (O) , đường kính $AB = 2R$, điểm C thuộc nửa đường tròn. Kẻ phân giác BI của góc ABC (I thuộc đường tròn (O)), gọi E là giao điểm của AI và BC .

- Tam giác ABE là tam giác gì? Vì sao?
- Gọi K là giao điểm của AC và BI . Chứng minh EK vuông góc với AB ;
- Gọi F là điểm đối xứng với K qua I . Chứng minh rằng AF tiếp tuyến của (O) ;
- Khi điểm C di chuyển trên nửa đường tròn thì điểm E di chuyển trên đường nào?

Bài 4. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = 25(x^2 + y^2) + (12 - 3x - 4y)^2$.

Bài 5. Giải phương trình: $\sqrt{x^2 + 1} = x - 3$.

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 12

Bài 1. Cho biểu thức: $A = \frac{x+2}{x\sqrt{x-1}} + \frac{\sqrt{x+1}}{x+\sqrt{x+1}} - \frac{1}{\sqrt{x-1}}$.

- Rút gọn biểu thức A ;
- Tìm giá trị của x để $A < \frac{1}{3}$;
- Tìm giá trị nguyên của x để A đạt giá trị nguyên.

Bài 2. Cho hàm số $y = (2m-1)x + m + 3$.

- Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2;
- Tìm m để góc tạo bởi đồ thị hàm số với trục Ox là góc nhọn;
- Tìm m để đồ thị hàm số vuông góc với đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x - 1$;
- Tìm điểm cố định của họ đồ thị hàm số đã cho.

Bài 3. Cho các đường tròn $(O;R)$ và $(O';R')$ cắt nhau ở A và B ($R > R'$); O và O' nằm về hai phía của AB). Qua B , vẽ cát tuyến chung CBD vuông góc với AB và cát tuyến chung EBF bất kì (C thuộc đường tròn (O) , E thuộc cung BC ; D, F thuộc đường tròn (O')).

- Chứng minh rằng A, O, C thẳng hàng và A, O', D thẳng hàng;
- Gọi K là giao điểm của các đường thẳng CE và FD . Chứng minh 4 điểm A, E, K, F cùng thuộc một đường tròn.

Bài 4. Cho a, b thỏa mãn $a \geq 1; b \geq 1$ và $ab = 2010$. Tìm giá trị nhỏ nhất của:

$$X = \frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2}.$$

Bài 5. Giải phương trình: $\sqrt{x+15+8\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+15-8\sqrt{x-1}} = 7.$

----- HẾT -----

THCS HOÀN KIẾM