

**Bài I** (2,0 điểm). Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{3\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}+1} \text{ và } B = \frac{2x+\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} \text{ với } x \geq 0; x \neq 4.$$

- 1) Tính giá trị của  $A$  khi  $x=9$ .
- 2) Rút gọn  $B$  và biểu thức  $P=A.B$ .
- 3) Tìm  $x$  để  $P \geq 2$ .

**Bài II** (2,0 điểm). Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Để đóng gói hết 600 tập vở tặng các bạn nghèo vùng cao, lớp 9A dự định dùng một số thùng carton cùng loại, số tập vở trong mỗi thùng là như nhau. Tuy nhiên, khi đóng gói vào các thùng, có 3 thùng bị hỏng, không sử dụng được nên mỗi thùng còn lại phải đóng thêm 10 tập vở nữa mới hết. Tính số thùng carton ban đầu lớp 9A dự định sử dụng và số tập vở dự định đóng trong mỗi thùng.

**Bài III** (2,0 điểm).

1) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 2\sqrt{x-1} + \frac{1}{y-3} = 5 \\ 5\sqrt{x-1} + \frac{3}{y-3} = 13 \end{cases}$$

2) Cho phương trình  $x^2 - 2(m+2)x - 2m - 5 = 0$  với ẩn  $x$ .

a) Giải phương trình với  $m = \sqrt{2}$ .

b) Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $|x_1| + |x_2| = 2$ .

**Bài IV** (3,5 điểm). Cho đường tròn  $(O)$ , dây  $BC$  cố định. Trên cung lớn  $BC$  của  $(O)$ , lấy điểm  $A$  ( $A \neq B, A \neq C$ ) sao cho  $AB < AC$ . Hai tiếp tuyến qua  $B$  và  $C$  của  $(O)$  cắt nhau tại  $E$ .

1) Chứng minh tứ giác  $BOCE$  nội tiếp.

2)  $AE$  cắt  $(O)$  tại điểm thứ hai  $D$  ( $D \neq A$ ). Chứng minh  $EB^2 = ED.EA$ .

3) Gọi  $F$  là trung điểm của  $AD$ . Đường thẳng qua  $D$  và song song với  $EC$  cắt  $BC$  tại  $G$ . Chứng minh  $GF$  song song với  $AC$ .

4) Trên tia đối của tia  $AB$  lấy điểm  $H$  sao cho  $AH = AC$ . Chứng minh khi điểm  $A$  thay đổi trên cung lớn  $BC$  thì điểm  $H$  di động trên một đường tròn cố định.

**Bài V** (0,5 điểm). Cho ba số thực dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{2}{b}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của

biểu thức 
$$K = \frac{a+b}{2a-b} + \frac{c+b}{2c-b}$$
.

----- HẾT -----

Họ và tên học sinh: ..... Trường: ..... SBD: .....

Chữ kí của giám thị 1: ..... Chữ kí của giám thị 2: .....

Chúc các em học sinh làm bài đạt kết quả tốt./.

Ngày kiểm tra: 19/4/2019

Bài	Nội dung	Điểm	
<b>Bài I</b> <b>2 điểm</b>	Thay $x=9$ (TMĐK) vào biểu thức $A$	0,25	
1) (0,5đ)	$A = \frac{3\sqrt{9}-4}{\sqrt{9}+1} = \frac{5}{4}.$	0,25	
2) (1đ)	$B = \frac{2x+\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)} - \frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)} + \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}$	0,25	
	$= \frac{2x+\sqrt{x}-4-x+4+\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1)} = \frac{x+2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1)}$	0,25	
	$= \frac{(\sqrt{x}+1)^2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}$	0,25	
	$\Rightarrow P = \frac{3\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2}.$	0,25	
3) (0,5đ)	Ta có $P-2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{3\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2} - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \geq 0.$	0,25	
	Trường hợp 1: $\sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (TMĐK)		
	Trường hợp 2: $\sqrt{x} > 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-2 > 0 \Leftrightarrow x > 4$ (TMĐK)	0,25	
	Kết hợp điều kiện, ta có với $x=0$ hoặc $x > 4$ thì $P \geq 2$ .		
<b>Bài II.</b> <b>1,5đ</b>	<b>Cách 1.</b> Gọi số thùng carton ban đầu lớp 9A sử dụng là $x$ ( $x \in N^*, x > 3$ , thùng).	<b>Cách 2.</b> Gọi số thùng carton ban đầu lớp 9A sử dụng là $x$ ( $x \in N^*, x > 3$ , thùng).	0,25
	$\Rightarrow$ Số tập vở trong mỗi thùng là $\frac{600}{x}$ (tập vở)	Gọi số tập vở trong mỗi thùng là $y$ ( $y \in N^*$ , tập vở)	0,25
	Số thùng carton thực tế sử dụng là $x-3$ (thùng). Thực tế, mỗi thùng đóng số tập vở là $\left(\frac{600}{x} + 10\right)$ (tập vở).	Số thùng carton thực tế sử dụng là $x-3$ (thùng). Thực tế, mỗi thùng đóng số tập vở là $y+10$ (tập vở).	0,5
	Vì thực tế vẫn đóng hết số 600 tập vở nên ta có phương trình:	Lập luận ra các phương trình : $xy = 600$	0,25

	$(x-3)\left(\frac{600}{x}+10\right)=600$	và $(x-3)(y+10)=600$ . Ta có hệ phương trình $\begin{cases} xy=600 \\ (x-3)(y+10)=600 \end{cases}$	
	Giải phương trình được: $x_1=15$ (TMĐK); $x_2=-12$ (loại) $\Rightarrow$ Số tập vở trong mỗi thùng là 40 tập vở.	Giải hệ phương trình được $x_1=15$ (TMĐK); $x_2=-12$ (loại) $\Rightarrow y=40$ (TMĐK).	0,5
	Kết luận: Vậy số thùng ban đầu là: 15 thùng, số tập vở dự định trong mỗi thùng là 40 tập vở.		0,25
<b>Bài III.</b>	1) ĐKXĐ: $x \geq 1, y \neq 3$ .		0,25
<b>2,5đ</b>			
1) (1đ)	Đặt $\sqrt{x-1}=a; \frac{1}{y-3}=b \Rightarrow \begin{cases} 2a+b=5 \\ 5a+3b=13 \end{cases}$		0,25
	Giải ra ta được: $\begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}$ (TMĐK).		0,25
	Từ đó tìm được $\begin{cases} x=5 \\ y=4 \end{cases}$ (TMĐK).		0,25
	Vậy nghiệm của hệ phương trình là (5 ; 4).		
2)	<b>Cách 1.</b>	<b>Cách 2.</b>	
2a (0,5đ)	Xét $a-b+c=1+2\sqrt{2}+4-2\sqrt{2}-5=0$	Ta có: $\Delta'=11+6\sqrt{2}=(3+\sqrt{2})^2$	0,25
	Phương trình có hai nghiệm $x_1=-1; x_2=2\sqrt{2}+5$		0,25
	Kết luận.		
2b (0,5đ)	<b>Cách 1.</b> Xét $a-b+c=1+2m+4-2m-5=0$ Suy ra phương trình có hai nghiệm: $x_1=-1; x_2=2m+5$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow x_1 \neq x_2 \Leftrightarrow m \neq -3$ .	<b>Cách 2.</b> Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \neq 0 \\ \Delta'=(m+3)^2 > 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow m \neq -3$ .	0,25
	Ta có: $ x_1 + x_2 =2 \Leftrightarrow  2m+5 =1$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m=-2 \text{ (TMĐK)} \\ m=-3 \text{ (KTMĐK)} \end{cases}$ Kết luận: $m=-2$ .	Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=2m+4 \\ x_1 \cdot x_2=-2m-5 \end{cases}$ Ta có: $ x_1 + x_2 =2$ $\Leftrightarrow x_1^2+x_2^2+2 x_1 \cdot x_2 =4$ $\Leftrightarrow 4m^2+20m+22+2 2m+5 =0$ (3) Tìm được $m \in \{-2\}$ .	0,25

<b>Bài IV.</b> <b>3,5đ</b>		0,25
<b>1)(0,75đ)</b>	Chứng minh: $\angle OBE = 90^\circ, \angle OCE = 90^\circ$ Xét tứ giác $BOCE$ có: $\angle OBE + \angle OCE = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà chúng là hai góc đối nhau $\Rightarrow$ tứ giác $BOCE$ nội tiếp.	0,25  0,5
<b>2) (1đ)</b>	Chứng minh: $\angle EBD = \angle EAD$ Chứng minh: $\triangle EBD \sim \triangle EAB(gg) \Rightarrow \frac{ED}{EB} = \frac{EB}{EA}$ Chứng minh $EB^2 = ED.EA$	0,25  0,5  0,25
<b>3) (1đ)</b>	Chứng minh: $F$ thuộc đường tròn ngoại tiếp tứ giác $BOCE \Rightarrow \angle BFE = \angle BCE$ Chứng minh: $\angle BCE = \angle BGD$ Từ đó chứng minh: $\angle BGD = \angle BFD$ Chứng minh: tứ giác $BFGD$ nội tiếp $\Rightarrow$ Chứng minh: $\angle DFG = \angle DBC$ Chứng minh: $\angle DBC = \angle DAC$ Từ đó suy ra $\angle DFG = \angle DAC$ . Mà chúng ở vị trí đồng vị $\Rightarrow GF \parallel AC$	0,25  0,25  0,25  0,25  0,25
<b>4) (0,5đ)</b>	<b>Cách 1.</b> Lấy $I$ là điểm chính giữa của cung lớn $BC \Rightarrow I$ cố định và $\angle IBC = \angle ICB$ . Chứng minh $\angle IBC = \angle ICB = \angle IAC = \angle IAH$ . Chứng minh: $\triangle ACI = \triangle AHI(c, g, c) \Rightarrow IC = IH \Rightarrow H$ thuộc đường tròn $(I, IC)$ <b>Cách 2.</b> $\triangle AHC$ cân tại $A \Rightarrow \angle BHC = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{4} \text{sđ } BC = \text{const.}$ $\Rightarrow H \in$ cung chứa góc $\frac{1}{4} \text{sđ } BC$ dựng trên $BC$ .	0,25  0,25  0,25  0,25
<b>Bài V</b> <b>0,5đ</b>	<b>Cách 1.</b> Với $a, b, c > 0$ , Thay $\frac{1}{b} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{c} \right)$ , ta có: $K = \frac{a \frac{1}{b} + 1}{2a \frac{1}{b} - 1} + \frac{c \frac{1}{b} + 1}{2c \frac{1}{b} - 1} = \frac{a \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{c} \right) + 1}{a \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{c} \right) - 1} + \frac{c \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{c} \right) + 1}{c \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{c} \right) - 1} = \frac{3}{2} \left( \frac{c}{a} + \frac{a}{c} \right) + 1.$	0,25

	Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có: $K \geq 4$ . Tìm được $K_{\min} = 4 \Leftrightarrow a = b = c$ .	0,25
	<b>Cách 2:</b> Từ $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{c} \Rightarrow 2ac = b(a+c) \geq 2b\sqrt{ac} \Rightarrow \sqrt{ac} \geq b$ (*) Mặt khác: $\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{2}{b} \Rightarrow \frac{2}{b} - \frac{1}{a} = \frac{1}{c} \Rightarrow 2a - b = \frac{ab}{c}$ . Tương tự $2c - b = \frac{bc}{a}$ .	0,25
	Từ đó: $K = \frac{(a+b)c}{ab} + \frac{(b+c)a}{bc} \geq \frac{2\sqrt{ab}.c}{ab} + \frac{2\sqrt{bc}.a}{bc} = \frac{2c}{\sqrt{ab}} + \frac{2a}{\sqrt{bc}}$ $\geq 2\sqrt{\frac{2c.2a}{\sqrt{ab}.\sqrt{bc}}} = 4\sqrt{\frac{\sqrt{ac}}{b}} \geq 4.$	0,25

Lưu ý:

- Học sinh sinh có cách giải khác đúng, vẫn cho điểm tối đa;
- Bài 4, học sinh không có hình vẽ tương ứng thì không cho điểm.